1. El número de individuos, en millones, de una población, viene dado por la función:

$$P(t) = \frac{15 + t^2}{(t+1)^2}$$

donde t se mide en años transcurridos desde t = 0. Calcúlese:

a) La población inicial.
b) El año en que se alcanzará la mínima población. ¿Cuál será el tamaño de esta?
c) ¿Cuál será el tamaño de la población a largo plazo?

2. El número total de bacterias (en miles) presentes en un cultivo después de t horas viene dado por $N(t) = 2t(t-10)^2 + 50.4$

a) Durante las 10 primeras horas, ¿en qué instantes se alcanzan la población máxima y mínima?
b) Esbócese la gráfica de N(t) en el intervalo [0, 10]

3. El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche desnatada está determinado por la función:$B(x) = -x^2 + 7x - 10$ en la que x representa los hectolitros de leche desnatada producidos en una semana.

a) Calcúlense los hectolitros de leche desnatada que debe producir cada semana para maximizar su beneficio. Calcúlese dicho beneficio máximo.
b) Calcúlense las cantidades mínima y máxima de hectolitros que debe producir cada semana para no incurrir en pérdidas, es decir, beneficio negativo.

4. Una empresa fabrica cajas de latón sin tapa de volumen 500cm^3, para almacenas un líquido colorante. Las cajas tienen base cuadrada. Hállense la altura y el lado de la base de cada caja para que la cantidad de latón empleada en fabricarlas sea la mínima posible.

5. El coste de un marco para una ventana rectangular es de 50€ por cada metro de lado vertical y de 25€ por cada metro de lado horizontal. Se desea construir una ventana de superficie igual a 2 m^2. Calcúlense las dimensiones para que el marco sea lo más barato posible. ¿Cuál es dicho precio mínimo?

6. Se considera un rectángulo R de lados x e y.

a) Si el perímetro de R es igual a 12m, calcúlense x e y para que el área sea máxima.
b) Si el área de R es 36m^2, calcúlense x e y para que el perímetro de R sea mínimo.

7. Una empresa de productos de limpieza fabrica cajas de cartón con tapa, para comercializar un determinado tipo de detergente. Las cajas son prismas rectos de 9000cm^3 de volumen y base rectangular de largo igual al doble de su anchura. Calcúlese las dimensiones de la caja para minimizar la superficie de cartón utilizada.

8. Una empresa vinícola tiene plantadas 1200 cepas de vid en una finca, produciendo cada cepa una media de 16 Kg de uva. Existe un estudio previo que garantiza que por cada cepa que se añade a la finca, las cepas producen de media 0,01 Kg menos de uva cada una. Determínese el número de cepas que se deben añadir a las existentes para que la producción de uvas de la finca sea máxima.

9. El coste de fabricación de una serie de hornos viene dado por la función:

$C(x) = x^2 + 40x + 3000$; donde x representa el número de hornos fabricados. Supongamos que cada horno se vende por 490€.

a) Determínese la función de beneficios.
b) ¿Cuántos hornos deben fabricarse y venderse para que los beneficios sean máximos? ¿Cuál es el importe de esos beneficios máximos?

10. Dados tres números reales $r1$, $r2$ y $r3$, hallar el número real x que minimiza la función

$$D(x) = (r1 - x)^2 + (r2 - x)^2 + (r3 - x)^2$$

11. Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8m y área máxima.

12. Sabiendo que el volumen de un cubo de lado a es $V(a)=a^3$ centímetros cúbicos, calcular el valor mínimo de V(x)+V(y) si x + y = 5.

13. Los puntos P(1, 2, 1), Q(2, 1, 1) y A(a, 0, 0) con a > 3, determinan un plano que corta a los semiejes positivos de OY y OZ en los puntos B y C respectivamente. Calcular el valor de a para que el tetraedro determinado por los puntos A, B y C y el origen de coordenadas tenga volumen mínimo.

14. Los estudiantes de un centro docente han organizado una rifa benéfica, con la que pretenden recaudar fondos para una ONG. Han decidido sortear un ordenador portátil, que les cuesta 600€. Quieren fijar el precio de la papeleta, de modo que la recaudación sea máxima. Saben que si el precio de cada una es de 2€, venderían 5000 papeletas, pero que, por cada euro de incremento en dicho precio, venderán 500 papeletas menos. ¿A qué precio deben vender la papeleta?

Si el único gasto que tienen es la compra del ordenador, ¿Cuánto dinero podrán donar a la ONG?

15. Se administra una medicina a un enfermo y t horas después la concentración en sangre del principio activo viene dada por $c(t) = t \cdot e^{t/2}$ miligramos por mililitro. Determine el valor máximo de la concentración e indique en qué momento se alcanza dicho valor máximo.

Sabiendo que la máxima concentración sin peligro es de 1mg/ml, señale si en algún momento hay riesgo para el paciente.