

Operaciones con matrices

1. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Realiza las siguientes operaciones, si se puede:

- $A - 2D$
- $AB - D$
- $BC - 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 3
- $\frac{1}{2}A + \frac{3}{2}B$
- $CB + 3I$, siendo I la matriz identidad de orden 2
- $A^T - \text{Adj}(D)$
- $(CB)^{-1}$
- $(BC)^{-1}$
- $(A + D)^{-1}$

2. Calcula los siguientes determinantes:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \quad c) \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad d) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Dadas las siguientes matrices, calcula A^n y A^{2019} :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1/7 & 1/7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -3 & -4 & 1 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 5 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}$:

- Calcula a y b para que el producto de dichas matrices sea conmutativo.
- Halla c y d para que se cumpla que $A^2 + cA + dI = O$

5. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & c & 0 \\ b & a & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$, determina las condiciones que deben cumplir a , b y c para que el producto de ambas sea conmutativo.

6. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, determina las condiciones que entre a , b , c y d para que $AB = BA$

7. Determina el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Discute el rango de las siguientes matrices en función del parámetro correspondiente:

$$A = \begin{pmatrix} k & k & k^2 \\ 1 & -1 & k \\ 2k & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$$

9. Estudia los valores de a y b para los cuales las siguientes matrices tienen, simultáneamente, rango 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 1 & 1 & b \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ b & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Halla, en función de a , el valor de:

$$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ 2 & a & a & a \\ 3 & 2 & 4 & a \\ 4 & 3 & 2 & a \end{vmatrix}$$

11. Resuelve la ecuación:

$$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix} = x+3$$

12. Calcula los siguientes determinantes, simplificando lo máximo posible:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} \ln 6 & \ln 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} e^3 & e^2 & 0 \\ e & 1 & -1 \\ 0 & e^{-3} & e^4 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & a \\ a & 2a & b \end{vmatrix}$$

13. Determina para qué valores de k existe la inversa de Q y calcúlala cuando exista:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & k & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

14. Dadas las siguientes matrices, resuelve las ecuaciones matriciales:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) $AXA^{-1} = B$
- b) $AX - I = B$
- c) $AX + B = BX - A$
- d) $XA - I = XB + I$