

CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

1. $f(x) = \begin{cases} (2-x)^3 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Razonar si la función es continua en toda la recta real.
b) Razonar si f es derivable en toda la recta real

Sol: a) continua b) no derivable

2. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 25 & \text{si } x \leq 1 \\ 5\sqrt{(2+x)^2 + (5-x)^2} & \text{si } 1 < x < 2 \\ \frac{5 \ln(1+x^2)}{\ln 5} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

Sol: continua en $x = 1$. Disc. salto finito en $x=2$

3. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x > 0 \\ \frac{x^2-6}{x^2+1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Sol: Disc. evitable en $x=1$. Disc. de salto en $x=0$

4. Calcula a para que $f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x) & \text{si } x < 0 \\ x^2 e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sea continua.

Sol: $a = 0$

5. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{9}{2x-4} + 2x - 1 & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

Sol: Disc. de salto infinito en $x = 2$

6. Estudiar el dominio y la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x+1}{x} & \text{si } x \geq -1 \\ \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < -1 \end{cases}$

Sol: Disc. de salto infinito en $x = 0$. Continua en $x = -1$

7. Estudiar el dominio y la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+3x}{x-1} & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ e^{\frac{1}{x}} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Sol: Disc. de salto infinito en $x=1$. Disc. evitable en $x=0$

8. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} 8e^{2x-4} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x^3-4x}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Sol: continua

9. $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-2} & \text{si } x \geq 2 \\ x(x-2) & \text{si } x < 2 \end{cases}$ Estudiar su continuidad y derivabilidad.

Sol: continua y no derivable

10. $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2}{4} & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ \frac{7}{12}(1 - (x-2)^2) & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$ Estudiar su continuidad y derivabilidad.

Sol: continua y no derivable

11. Calcula el valor de A para que $f(x) = \begin{cases} 3x + A & \text{si } x \leq 3 \\ -4 + 10x - x^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ sea continua. Sol: A=8

12. Calcular los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a\cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$ sea continua en todo valor de x. Estudia su derivabilidad para esos valores.
Sol: a=1, b=-2. Para dichos valores, es derivable en $x = \pi$ y no lo es en $x = 0$.

13. $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x^2 - x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$
a) Determinar su dominio y calcular los límites laterales cuando x tiende a 1.
b) Estudiar su continuidad y hallar el valor de a para que sea continua.
Sol: a) discontinuidad inevitable en $x = 1$. b) $a = -1$

14. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} 2 \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ Sol: es continua

15. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2+1}{4x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ Sol: disc. de salto infinito en $x = -1$ y continua en $x = 1$

16. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + 2 & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$
a) ¿Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea continua en $x = 0$?
b) ¿Hay algún valor de k para el cual $f(x)$ sea derivable en $x = 0$?
Sol: a) $k=3$. b) $k=3$

17. Estudiar la continuidad de $f(x) = \begin{cases} xe^{2x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ Sol: es continua